

基于重要度传输矩阵的复杂网络节点 重要性辨识方法

胡 钢¹,高 浩¹,徐 翔²,许丽鹏¹

(1. 安徽工业大学管理科学与工程学院,安徽马鞍山 243032; 2. 国防科技大学信息系统工程重点实验室,湖南长沙 410073)

摘 要: 复杂网络中节点重要性辨识对分析网络结构和功能具有重要作用. 为了辨识节点重要性,分析节点自身和关联节点的作用,本文构建了一种基于重要度传输矩阵的节点重要性辨识模型. 首先,基于关联节点与节点之间的最优路径长度、最优路径数目和信息传播率定义了节点间的传输能力. 其次,依据度值和传输能力构建重要度传输矩阵,综合节点局部重要性和全局属性指标评价节点的重要性. 最后,对“ARPA”网络和四个真实网络进行破坏性仿真分析,结果本文方法表明对网络造成更大的破坏,证明了该方法的有效性和可靠性.

关键词: 复杂网络; 节点重要性; 信息传播率; 传输能力; 重要度传输矩阵

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2020)12-2402-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.12.016

Importance Identification Method of Complex Network Nodes Based on Importance Transfer Matrix

HU Gang¹, GAO Hao¹, XU Xiang², XU Li-peng¹

(1. School of Management Science and Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan, Anhui 243032, China;

2. Science and Technology on Information Systems Engineering Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: In complex networks, node importance identification plays an important role in analyzing the structure and function. In order to identify the node's importance and analyze the role of nodes themselves and associated nodes, we construct a node importance identification model based on importance transfer matrix. Firstly, the transmission capability between nodes is defined based on the optimal path length, the number of optimal paths and the information propagation rate between the associated nodes and the nodes. Secondly, the node degree and transmission capacity are used to construct the importance transmission matrix, and the local importance and global attribute index of the node are integrated to evaluate the importance of the node. Finally, destructive simulation analysis on the "ARPA" network and four real networks show that this method causes more damage to the network, which proves the method's effectiveness and reliability.

Key words: complex network; node's importance; information transmission rate; transmission capacity; importance transfer matrix

1 引言

将复杂系统抽象为复杂网络,从网络拓扑角度分析结构和功能,更有效地提高复杂系统的稳定性和可靠性^[1]. 复杂网络的无标度特性表明网络内部存在严重的异质性^[2],部分少量但重要节点失效后,会对网络造成巨大破坏. 因此,准确辨识节点重要性,挖掘重要节

点具有重要的理论与实际意义.

节点重要性通过中心性指标度量,包括度中心性^[3],介数中心性^[4],紧密度中心性^[5],离心中心性^[6]等. Kitask 等^[7]认为位置属性是衡量节点重要性的关键因素,核心层节点的影响力更大. 韩忠明等^[8]提出一种基于节点间三角结构及节点规模的重要节点辨识算法. 马润年等^[9]借鉴通信系统中信息量的定义,提出一

种改进的基于互信息的重要性辨识方法. 于会等^[10]认为节点重要性需要综合多个属性进行评价.

复杂网络中节点通过链路相互作用, 新增或移除任何节点都可能使网络拓扑结构和功能改变. 赵毅寰等^[11]提出重要性贡献矩阵辨识重要节点, 认为节点重要性与度值成反比, 而且重要度贡献率相同, 不符合现实情况. 周漩等^[12]提出重要度评价矩阵, 结合度与效率指标表征相邻节点间的重要度贡献. 实际上, 根据 Fowler 和 Christakis^[13]提出的三阶影响力准则, 节点会对三阶范围内的关联节点产生影响. 范文礼和刘志刚^[14]及 Hu 等^[15]分别提出基于传输效率矩阵和重要度关联矩阵的重要节点辨识方法, 考虑非邻居节点对节点的重要度贡献, 扩大节点的影响范围. 但是在衡量重要度贡献率时, 仅考虑最优路径长度. 实际上, 节点间的重要度影响与最优路径长度、最优路径数目及信息传播率密切相关.

基于以上分析, 本文提出一种基于重要度传输矩阵的节点重要性辨识方法. 该方法综合节点自身重要性、局部范围影响力、位置因素及关联节点的重要度影响, 全面评价节点重要性. 在“ARPA”网络和四个真实网络中的仿真实验表明, 本文方法得到了有效的辨识结果.

2 复杂网络节点重要性辨识理论基础

设图 $G = (V, E)$ 为无向无权复杂网络, 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为节点集, $|V| = n$ 个节点; $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ 为边集, $|E| = m$ 条边; 邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 表示网络结构, 节点 i 与 j 相连时, $a_{ij} = 1$; 否则, $a_{ij} = 0$.

(1) 度中心性 (DC, Degree Centrality)^[3]

度中心性是指节点连边数目. 度值越大, 收到节点信息的可能性越大.

$$DC(i) = \sum_{j \in \varphi_i} a_{ij} \quad (1)$$

其中, φ_i 为 i 的邻居节点, a_{ij} 为邻接矩阵 A 第 i 行, 第 j 列元素.

(2) 介数中心性 (BC, Betweenness Centrality)^[4]

介数中心性是指经过节点最短路径数占所有最短路径数的比值.

$$BC_i = \sum_{i \neq s, t \neq i, s \neq t} \frac{\alpha(s, t | i)}{\alpha(s, t)} \quad (2)$$

其中, $\alpha(s, t)$ 为节点 s 到 t 的最短路径数; $\alpha(s, t | i)$ 为节点 s 到 t 经过节点 i 的最短路径数.

(3) 紧密度中心性 (CC, Closeness Centrality)^[5]

节点到其他所有节点距离总和的倒数为紧密度中心性.

$$CC_i = \frac{n-1}{\sum_{t \neq i} l_{is}} \quad (3)$$

其中, l_{is} 为节点 i 到 s 的最短距离.

(4) 结构洞 (SH, Structural Holes)

网络中如果两个节点或区块没有直接关联关系, 且没有间接冗余关系, 阻碍两者交互的就是结构洞^[16]. 通过网络约束系数度量结构洞特性. 节点 i 的网络约束系数 C_i 为:

$$C_i = \sum_t (P_{st} + \sum_{i \neq s \neq t} P_{st} P_{it})^2 \quad (4)$$

其中, i 是节点 s 和 t 的枢纽节点, P_{st} 表示节点 s 维持与节点 t 的紧密程度花费在节点 t 上的投入占总投入的比例. 网络约束系数越小, 结构洞化程度越大, 节点的传播影响力越大.

(5) 离心中心性 (EC, Eccentricity Centrality)^[6]

离心中心性是节点到其他节点中最长的距离.

$$EC_i = \max_{j \in \varphi_i} (l_{ij}) \quad (5)$$

3 基于重要度传输矩阵的节点重要性辨识模型

3.1 信息传播率与传输能力分析

节点在网络中不是完全独立的, 彼此存在一定的关联关系和交互作用. 重要度传输矩阵可以表征节点间的作用关系. 最优路径长度和最优路径数是度量节点相互影响的重要因素^[17]. 根据空间自相关理论^[18], 个体间影响程度与距离成反比, 最优路径越长, 影响程度越小. 同时, 还与节点间最优路径数有关, 最优路径数越多, 影响程度越大. 假设节点 u 与 v 间的最优路径长度 l_{uv} 和节点 m 与 v 间的最优路径长度 l_{mv} 相等, 但节点 u 到 v 长度为 l_{uv} 的路径数远多于节点 m 到 v 长度为 l_{mv} 的路径数, 那么其他条件相同时, u 对 v 的影响更大. 以图 1 为例, 首先, 若节点 8 与节点 7 之间没有连接, 节点 8 不会对节点 2 产生较大影响; 相反, 由于它们的连接, 网络平均度、连通性、最短路径等拓扑特性发生改变, 因此节点之间存在相互影响. 另一方面, 节点 11 到节点 2 的最优路径长度为 3, 最优路径数目为 2; 节点 6 到节点 2 的最优路径长度为 2, 最优路径数目为 3, 相比于节点 12, 节点 6 对节点 2 的影响程度更大. 考察其他节点, 情况亦然. 需要注意的是, 节点间的重要性影响还与信息传播率有关. 因此, 本文基于最优路径长度、最优路径数和信息传播定义节点间的传输能力.

定义 1 最优路径. 最优路径为信息在传播过程中成本最小、效用最高的路径, 通常认为信息传播始终优先选择最直接、最有效的路径, 降低交互成本. 无权网络中, 最优路径等价于最短路径 l_{ij} .

定义 2 信息传播率. 信息传播率表示信息在网络中传播的难易程度, 传播率越大, 传播越流畅. 基于传染病模型中传播阈值的设置, 将网络平均度的倒数近似

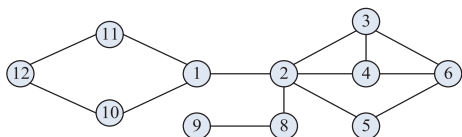


图1 示例网络

为信息传播率,保证信息正常传播的同时避免信息过度的传播。

$$P = \frac{1}{\langle k \rangle} \quad (6)$$

其中, $\langle k \rangle$ 为网络平均度。

定义 3 传输能力. 节点之间的传输能力体现将信息传播到其他节点的能力,传输能力越强,一定时间内传输的信息量越多. 结合最优路径长度、最优路径数目及信息传播率给出传输能力的定义。

$$f_{j \rightarrow i} = N_{ij} \left(\frac{1}{\langle k \rangle} \right)^{l_{ij}} \quad (7)$$

其中, N_{ij} 为最优路径数目, l_{ij} 为最优路径长度. 从式(7)可以看出,节点之间的最优路径越短,最优路径数越多,传输能力越强。

3.2 节点重要度传输矩阵模型构建

节点间具有较强的可达性时,会通过最优路径对二阶乃至三阶邻居节点产生影响. 因此,本文考虑三阶范围内的重要度影响,将节点与三阶邻居间的传输能力用矩阵形式表示,构建节点间传输能力矩阵,记为 F_c :

$$F_c = \begin{bmatrix} 1 & \pi_{12} N_{12} (1/\langle k \rangle)^{d_{12}} & \cdots & \pi_{1n} N_{1n} (1/\langle k \rangle)^{d_{1n}} \\ \pi_{21} N_{21} (1/\langle k \rangle)^{d_{21}} & 1 & \cdots & \pi_{2n} N_{2n} (1/\langle k \rangle)^{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_{n1} N_{n1} (1/\langle k \rangle)^{d_{n1}} & \pi_{n2} N_{n2} (1/\langle k \rangle)^{d_{n2}} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

其中, π_{ij} 为传输能力分配参数,当 v_j 为 v_i 三阶范围内的邻居节点时 $\pi_{ij} = 1$, 否则为 0; 对角线上的 1 表示到自身的传输能力为 1. $F_{c_{ij}}$ 表示节点 j 到 i 的传输能力,与相关文献都不同,本文避免了节点重要度的平均分配。

邻接矩阵 A 中元素表示节点间是否存在长度为 1 的路径; 其次,邻接矩阵 l 次幂中的元素值 $(A^l)_{ji}$ 表示节点间长度为 l 的最优路径数^[19]. 对于任意正整数 l ($l > 2$), 由式(8)得到节点 j 与 i 间长度为 l 的最优路径数。

$$(A^l)_{ji} = \sum_{m_1=1}^n \sum_{m_2=1}^n \cdots \sum_{m_{l-2}=1}^n \sum_{m_{l-1}=1}^n a_{im_1} a_{m_1 m_2} \cdots a_{m_{l-2} m_{l-1}} a_{m_{l-1} j} \quad (8)$$

节点重要性取决于自身及关联节点的作用. 选取度作为节点最基本的重要性,基于度值和传输能力矩阵构建重要度传输矩阵 F_E .

$$F_E =$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & \pi_{12} k_2 N_{12} (1/\langle k \rangle)^{d_{12}} & \cdots & \pi_{1n} k_n N_{1n} (1/\langle k \rangle)^{d_{1n}} \\ \pi_{21} k_1 N_{21} (1/\langle k \rangle)^{d_{21}} & k_2 & \cdots & \pi_{2n} k_n N_{2n} (1/\langle k \rangle)^{d_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \pi_{n1} k_1 N_{n1} (1/\langle k \rangle)^{d_{n1}} & \pi_{n2} k_2 N_{n2} (1/\langle k \rangle)^{d_{n2}} & \cdots & k_n \end{bmatrix}$$

其中, $F_{E_{ij}}$ 为节点 j 对 i 的重要度传输值. 节点之间的传输能力越强、度值越大,对三阶范围内邻居的影响越大. 此时得到的节点重要性仍为局部范围的影响力. 为了全面辨识节点重要性,结合全局属性的介数中心性,最终定义节点 j 的重要度为:

$$I_j = BC_j \times \sum_{i=1, i \neq j}^n \pi_{ij} k_i n_{ij} (1/\langle k \rangle)^{l_{ij}} \quad (9)$$

I_j 为节点 j 的综合重要性。

4 节点重要性辨识算法流程

节点重要性取决于自身及关联节点的作用. 首先,基于最优路径长度、最优路径数目及传播率计算节点间的传输能力; 其次,计算度值构建重要度传输矩阵,分析节点局部范围的影响力; 最后,结合介数中心性综合辨识节点重要性. 算法步骤如算法 1。

算法 1 节点重要性辨识算法

输入: 复杂网络邻接矩阵 A

输出: 节点 j 的重要度 I_j

1. 由式(8)计算节点 j 与三阶范围邻居的最优路径长度 l 和最优路径数 n ;
2. 计算平均度 $\langle k \rangle$, 得到信息传播率 p , 根据式(7)得到传输能力 f , 构建传输能力矩阵 F_c ;
3. 由式(1)计算度值 DC_j , 基于传输能力矩阵 F_c , 构建重要度传输矩阵 F_E , 计算节点在局部范围的影响力;
4. 由式(2)计算介数指标 BC_j , 根据式(9)最终得到节点综合重要性 I_j 及重要性排序。

5 实验仿真与分析

5.1 “ARPA 网络”仿真与比较分析

为了验证本文方法的有效性,首先对研究节点重要性最常用的“ARPA 网络”^[20] 拓扑结构进行仿真与比较分析. 如图 2 所示,该网络有 21 个节点,平均度为 2.48。

本文方法及文献[10, 12, 13, 15]得到的“ARPA 网络”节点重要性辨识结果如表 1 所示. 各自从不同的辨

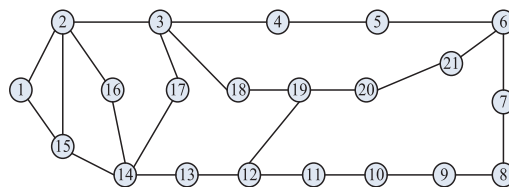


图2 “ARPA网络”

识角度,排序结果稍有不同.文献[10]综合多个属性指标评价节点重要性,忽视属性间的相关性影响.文献[12]结合度值和重要度贡献确定重要节点,认为节点重要性与度值相反.文献[13]在文献[12]上改进,其认为节点对相邻节点的重要度贡献相同,且仅考虑一阶邻居的重要性影响.文献[15]利用传输效率评价节点重要性,没有考虑重要度影响随距离的增加会快速下降.本文基于节点自身和关联节点的重要性影响,综合

辨识节点重要性.

节点连边的删除会导致网络连通性降低,连通性降低程度越大,对应的辨识方法越有效.基于表1的排序结果,连续删除节点的连边,对比删除节点连边后的子图数目与节点数目的比值和最大子图规模.比值越大或规模越小,连通性越差,对应的方法越准确.结果如表2所示.

表1 不同文献“ARPA”网络节点重要性辨识结果

文献[10]		文献[12]		文献[13]		文献[15]		本文方法	
节点序号	具体数值	节点排序	具体数值	节点排序	具体数值	节点排序	具体数值	节点排序	具体数值
3	0.6345	3	0.4526	2	0.2987	3	0.0938	3	3.5705
12	0.5382	12	0.4393	3	0.2984	14	0.0873	12	2.2856
19	0.5297	19	0.3630	15	0.2522	2	0.0860	14	1.9202
6	0.5124	6	0.3294	14	0.2369	19	0.0631	19	1.8472
14	0.5114	4	0.2948	17	0.2214	12	0.0622	2	1.6878
4	0.4834	5	0.2776	16	0.1978	15	0.0591	6	1.4081
13	0.4794	11	0.2684	18	0.1970	6	0.0552	4	1.3279
2	0.4637	14	0.2625	19	0.1845	18	0.0408	13	1.2863
5	0.4491	13	0.2466	13	0.1839	17	0.0401	18	0.9817
11	0.4319	18	0.2383	12	0.1815	13	0.0394	5	0.9574
18	0.4214	10	0.1921	4	0.1562	4	0.0387	11	0.9061
10	0.4190	7	0.1899	1	0.1528	16	0.0374	20	0.5953
7	0.4078	2	0.1770	6	0.1261	20	0.0361	7	0.5748
20	0.3789	20	0.1734	20	0.1115	5	0.0357	10	0.5257
21	0.3669	21	0.1627	5	0.1090	11	0.0347	15	0.4355
9	0.3415	17	0.1530	11	0.1062	1	0.0347	21	0.4139
8	0.2145	8	0.1458	21	0.1023	21	0.0340	17	0.4011
17	0.2094	9	0.1399	7	0.0935	7	0.0319	9	0.3354
15	0.2007	15	0.1018	10	0.0680	10	0.0311	8	0.3323
16	0.1984	16	0.0708	8	0.0634	8	0.0295	16	0.0983
1	0.1348	1	0.0355	9	0.0624	9	0.0294	1	0

为了直观比较不同方法对网络造成的破坏程度,以删除节点数目为横坐标,分别以子图数量与节点总数的比值 S 和最大子图规模 G 为纵坐标得图3.

从图3(a)看到,根据重要性辨识结果删除节点连边,本文方法对应的比值曲线基本位于图形上方,最快将网络分解成孤立的节点.从图3(b)看到本文方法对应的子图规模曲线基本位于图形下方.可以看到,本文方法对“ARPA网络”的破坏程度更大,验证了本文方法的有效性和可靠性.

5.2 真实网络实验仿真与对比分析

为了进一步验证本文方法的辨识效果,选取4个不同拓扑特性的真实网络进行破坏性仿真实验,包括Slavo Zitnik的Facebook社交关系网络^[21],Hamster网站用户间的关系网络^[22],高能物理领域科学家合作网络CA-HepPH网络^[23],天体物理学家协作网络Astro physics^[24].各网络的拓扑统计特性如表3所示. n 和 m 分别表示节点数目和边数; $\langle k \rangle$ 为平均度, c 为集聚系数, l 为平均最短路径长度.

表 2 删除节点连边后拓扑子图比值和最大子图规模

文献[10]		文献[12]		文献[13]		文献[15]		本文方法	
子图数比值	子图规模	子图数比值	子图规模	子图数比值	子图规模	子图数比值	子图规模	子图数比值	子图规模
0.0952	20	0.0952	20	0.0952	20	0.0952	20	0.0952	20
0.1905	12	0.1905	12	0.1429	19	0.2381	14	0.1905	12
0.2857	10	0.2857	10	0.2381	17	0.3333	14	0.3333	12
0.4286	7	0.4286	7	0.3810	14	0.4286	12	0.4286	10
0.5714	5	0.4762	7	0.3810	14	0.5238	10	0.5238	10
0.6190	5	0.4762	7	0.3810	14	0.5714	10	0.6667	5
0.6190	5	0.5238	7	0.4286	13	0.7143	5	0.7143	5
0.7143	5	0.6667	4	0.4762	12	0.7143	5	0.7143	5
0.7143	5	0.6667	4	0.5238	11	0.7143	5	0.7143	5
0.7619	4	0.6667	4	0.5714	10	0.7143	5	0.7143	5
0.7619	4	0.7143	4	0.6190	9	0.7619	5	0.7619	4
0.8095	3	0.7619	3	0.6190	9	0.7619	4	0.8095	4
0.8571	2	0.8571	2	0.7619	5	0.8095	4	0.8571	3
0.9048	2	0.9048	2	0.8095	5	0.8095	5	0.9048	2
0.8048	2	0.9048	2	0.8095	5	0.8571	4	0.9524	2
0.9524	2	0.9048	2	0.8571	4	0.8571	4	0.9524	2
0.9524	2	0.9524	2	0.8571	4	0.8571	4	0.9524	2
0.9524	2	0.9524	2	0.9048	3	0.9048	3	1	1
1	1	1	1	0.9524	2	0.9524	2	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

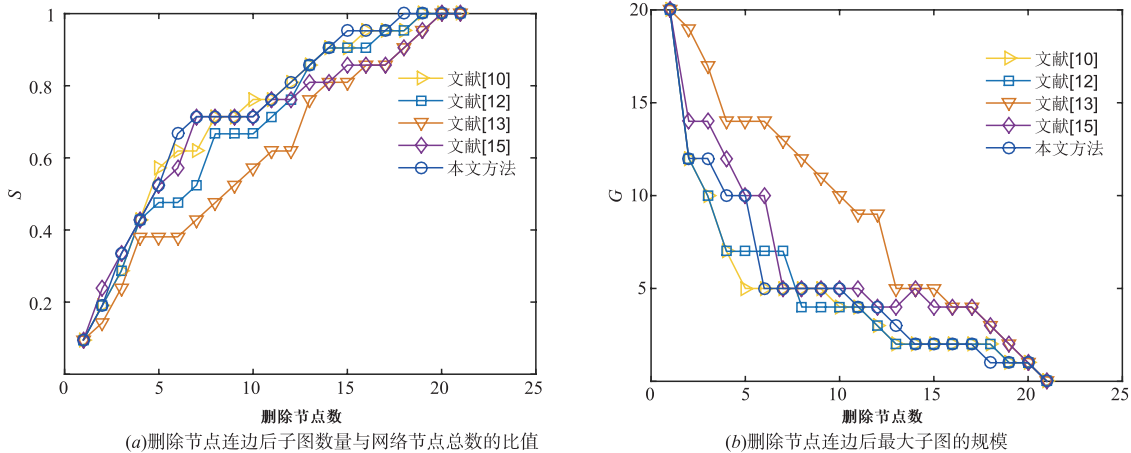


图3 删除节点连边对“ARPA网络”的破坏

表 3 四个真实网络的拓扑特征

网络名	n	m	$\langle k \rangle$	c	l
Facebook	324	2218	13.691	0.466	3.054
Hamster	2000	16097	16.1	0.540	3.59
CA-HepPH	8638	24806	5.7	0.482	5.95
Astro physics	14848	119652	16.1	0.670	4.8

在真实网络仿真实验中,采用度中心性(DC),结构洞指标(SH),紧密度中心性(CC),介数中心线(BC),离心中心性(EC)及本文提出的重要度辨识指标 I 依次删除一定比例的连边,结果如图 4.

从图 4 看出,与度中心性指标、介数中心性指标、结构洞指标、紧密度指标、离心中心性指标相比,本文方法对应的子图数目曲线增加更快,网络被破坏更严

重,表明本文方法在真实网络中取得更好的评价结果.

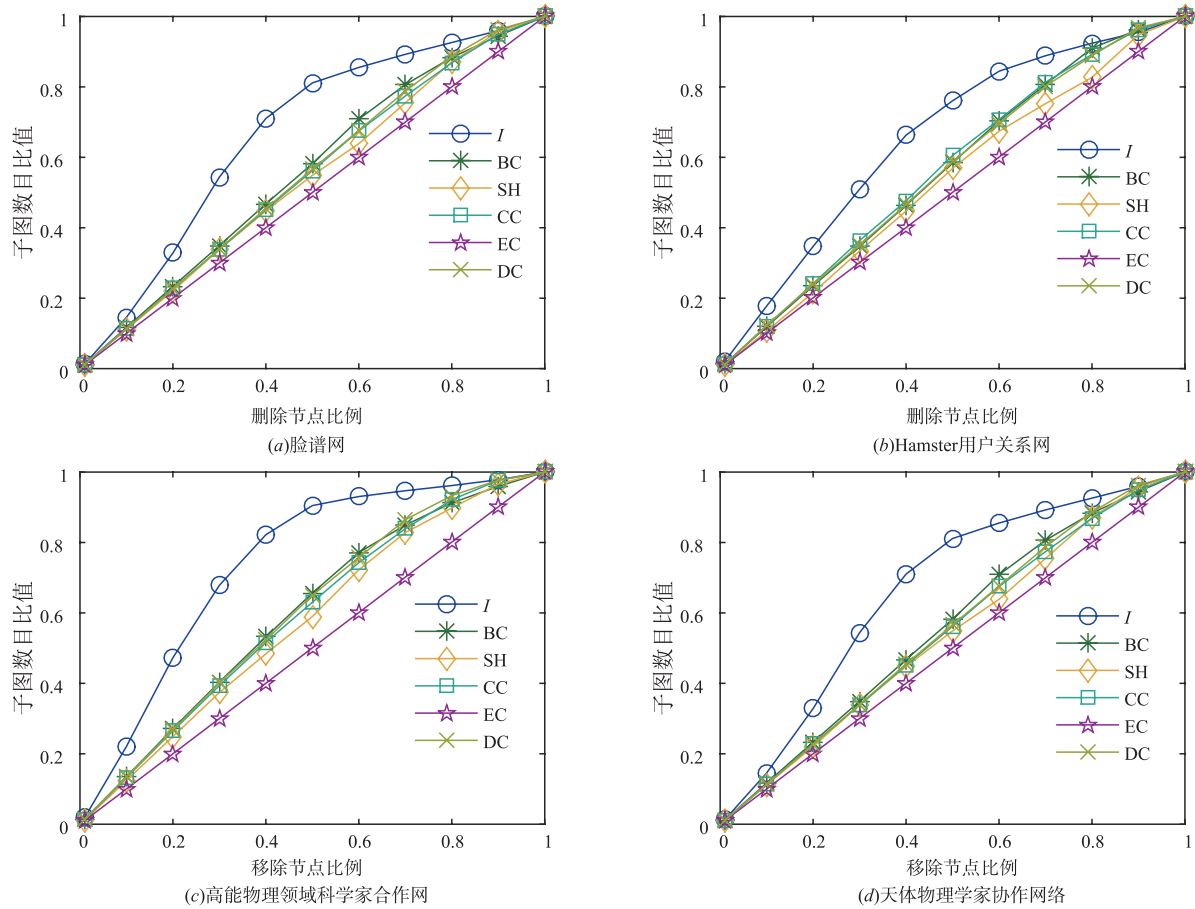


图4 不同节点重要性辨识方法删除一定比例排序靠前的节点后子图数目的增加趋势

6 结论

通过分析节点自身和关联节点间的重要度传输,提出一种基于重要度传输矩阵的重要节点辨识模型.该模型分析了三阶范围内节点间的重要度贡献,结合全局属性指标,取得了全面的评价结果.对“ARPA网络”和四个真实网络进行破坏性仿真实验,结果验证了本文方法的有效性和可靠性.下一步将研究时序网络的动态特征,挖掘时序网络中的重要节点.

参考文献

- [1] Zhang Y, Yang N, Lall U. Modeling and simulation of the vulnerability of interdependent power-water infrastructure networks to cascading failures[J]. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 2016, 25(1): 102 – 118.
- [2] Barabási A L, Bonabeau E. Scale-free networks[J]. Scientific American, 2003, 288(5): 60 – 69.
- [3] Albert R, Jeong H, Barabasi. The diameter of the world wide web [J]. Nature, 1999, 401(06): 130 – 131.
- [4] Freeman L C. A Set of measures of centrality based on betweenness[J]. Sociometry, 1977, 40(01): 35 – 41.
- [5] Borgatti S P, Everett M G. A graph-theoretic perspective on centrality [J]. Social Networks, 2006, 28(04): 466 – 484.
- [6] Hage P, Harary F. Eccentricity and centrality in networks [J]. Social Networks, 1995, 17(1): 57 – 63.
- [7] Kitsak M, Gallos I K, Havlin S, et al. Identification of influential spreaders in complex networks [J]. Nature Physics, 2010, 6(11): 888 – 893.
- [8] 韩忠明, 陈炎, 李梦琪, 等. 一种有效的基于三角结构的复杂网络节点影响力度量模型[J]. 物理学报, 2016, 65(16): 168901-1 – 168901-12.
Han Zhong-Ming, Chen Yan, Li Meng-Qi, et al. An efficient node influence metric based on triangle in complex networks [J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(16): 168901-1 – 168901-12. (in Chinese)
- [9] 马润年, 王班, 王刚, 等. 基于互信息的通信网络节点重要性度量方法[J]. 电子学报, 2017, 45(03): 747 – 752.
Ma Run-Nian, Wang Ban, Wang Gang, et al. Evaluation method for node importance in communication network based on mutual information [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(03): 747 – 752. (in Chinese)

- [10] 于会,刘尊,李勇军,等.一种基于多属性决策的复杂网络节点重要度综合评价方法[J].物理学报,2013,62(02):020204-1-020204-9.
Yu Hui,Liu Zun,Li Yong-Jun, et al. Key nodes in complex networks identified by multi-attribute decision-making method [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62 (2): 020204-1-020204-9. (in Chinese)
- [11] 赵毅寰,王祖林,郑晶,等.利用重要性贡献矩阵确定通信网中最重要的节点[J].北京航空航天大学学报,2009,35(9):1076-1079.
Zhao Yi-Huan, Wang Zu-Lin, Zheng Jing, et al. Finding most vital node by node importance contribution matrix in communication networks[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. 35 (9): 1076-1079. (in Chinese)
- [12] 周漩,张凤鸣,李克武,等.利用重要度评价矩阵确定复杂网络关键节点[J].物理学报,2012,61(5):050201-1-050201-7
Zhou Xuan, Zhang Feng-Ming, Li Ke-Wu, et al. Finding vital node by node importance evaluation matrix in complex networks [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61 (5): 050201-1-050201-7. (in Chinese)
- [13] Fowler J H,Christakis. Dynamic spread of happiness in a large social network;longitudinal analysis over 20 years in the Framingham heart study[J].BMJ,2008,337:1-9.
- [14] 范文礼,刘志刚.基于传输效率矩阵的复杂网络节点重要度排序方法[J].西南交通大学学报,2014,49(02):337-342.
Fan Wen-Li,Liu Zhi-Gang. Ranking method for node importance based on efficiency matrix[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49 (02): 337-342. (in Chinese)
- [15] Hu P,Fan W,Mei S. Identifying node importance in complex networks [J]. Physical A: Statistical Mechanics and its Applications, 2015, 429: 169-176.
- [16] Burt R S. Structural holes and good ideas [J]. American Journal of Sociology, 2004, 110(2): 349-399.
- [17] Zhong-kui Bao,Chuang Ma, et al. Identification of influential nodes in complex networks;Method from spreading probability viewpoint[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2017, 468: 391-397.
- [18] Griffith D A,Chun Y. Spatial autocorrelation in spatial interactions models: geographic scale and resolution implications for network resilience and vulnerability [J]. Networks & Spatial Economics, 2015, 15(2): 337-365.
- [19] 蔡青松,刘燕,牛建伟,等.一种关注消息时效性的机会社会网络中节点传播能力分析模型[J].电子学报,2015,43(9):1705-1713.
Cai Qing-song,Liu Yan,Niu Jian-wei, et al. An analytical model for ranking the candidates of disseminating time-bound messages in opportunistic mobile social networks [J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43 (9): 1705-1713. (in Chinese)
- [20] Page L B,Perry J E. Reliability polynomials and link importance in networks [J]. Reliability IEEE Transactions on, 1994, 43(1): 51-58.
- [21] Blagus N,Šubelj L,Bajec M. Self-similar scaling of density in complex real-world networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2012, 391(8): 2794-2802.
- [22] J Kunegis. Hamsterster Full Network Dataset—KONECT [DB/OL]. <http://konect.uni-koblenz.de/networks/petster-hamster>, 2019-06-10.
- [23] Leskovec J, Kleinberg J, Faloutsos C. Graph evolution: densification and shrinking diameters [J]. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data, 2007, 1(1): 1-42.
- [24] Newman M E. The structure of scientific collaboration networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2001, 98(2): 404-409.

作者简介



胡 钢 男,1970 年出生,甘肃天水人,博士后,副教授主要研究方向为复杂网络系统建模仿真与均衡分析、多属性决策。
E-mail: hug_2004@126.com



高 浩 男,1995 年出生,安徽宿州人,现为在读硕士研究生,主要研究方向为复杂网络系统建模仿真与均衡分析、多属性决策。
E-mail: 872165680@qq.com